

## Curso Pre-Universitario

# ÁLGEBRA GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA

## OBJETIVOS

- Actualizar, reforzar y nivelar los conocimientos adquiridos en los niveles primario y secundario.
- Enfatizar la lógica y el razonamiento matemático en la resolución de problemas.
- Fortalecer los conceptos matemáticos desarrollados en los diferentes niveles de formación escolar.
- Orientar en el uso de los instrumentos matemáticos en la resolución de problemas.
- Establecer bases de formación matemática necesaria para el ingreso a las universidades.

## CONTENIDO ANALÍTICO

### 1. Conceptos fundamentales.-

Introducción.- Fundamentos del álgebra.- Sistema de números utilizados en álgebra (Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales, Reales y Complejos).- Operaciones algebraicas.- Estructura del álgebra.- Naturaleza del álgebra.

### 2. Operaciones algebraicas.-

Introducción.- Expresiones algebraicas (término.- polinomio).- Clasificación de las expresiones algebraicas.- Operaciones algebraicas (adición, sustracción, multiplicación, productos y cocientes notables y división).- Términos semejantes.- Reducción de términos semejantes.- Factorización, potenciación y radicación de expresiones algebraicas.- Máximo y mínimo común múltiplo.- Fracciones simples.- Fracciones compuestas.- Exponentes y radicales.- Inducción matemática.- Teorema del binomio.- Teorema del residuo.- Regla de *Ruffini*, división sintética.- Divisibilidad.

### 3. Introducción a funciones.-

Introducción.- Constantes y variables.- Definición de función.- Tipos y clases de funciones.- Funciones lineales.- Ecuaciones lineales.- Funciones cuadráticas.- Ecuaciones cuadráticas.- Representación gráfica.

### 4. Ecuaciones de segundo grado.-

Forma general y particular.- Resolución de ecuaciones de segundo grado.- Ecuaciones irracionales reducción a segundo grado.- Trinomio de segundo grado.- Resolución de ecuaciones

bicuadradas.- Problemas de segundo grado.- Resolución de ecuaciones binómicas y trinómicas.- Ecuaciones recíprocas.

5. **Sistema de ecuaciones lineales.-**

Ecuación lineal con dos variables.- Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.- Ecuación lineal con tres variables.- Sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.- Ecuaciones diofánticas.

6. **Sistema de segundo grado con dos incógnitas.-**

Sistema de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.- Sistemas que comprenden una ecuación lineal y una cuadrática.- Sistema de dos ecuaciones de la forma  $ax^2 + by^2 = c$ .- Sistema de dos ecuaciones de la forma  $ax^2 + bxy + cy^2 = d$ .

7. **Teoría de ecuaciones.-**

Teorema del residuo y del factor.- División sintética o regla de *Ruffini*.- Número de raíces.- Raíces racionales.

8. **Fracciones parciales.-**

Introducción.- Teorema fundamental en la descomposición de una fracción en fracciones parciales.- Factores lineales distintos.- Factores lineales repetidos.- Factores cuadráticos distintos.- Factores cuadráticos repetidos.- Ejercicios.

9. **Logaritmos.-**

Función exponencial y logarítmica.- Propiedades fundamentales de los logaritmos.- Sistemas con logaritmos.- Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

10. **Razones y proporciones.-**

Razón.- Razón aritmética y geométrica.- Propiedades.- Cantidades commensurables e incommensurables.- Razón compuesta.- Proporción aritmética.- Proporción geométrica.- Proporción continua.- Magnitudes proporcionales.- Magnitudes directamente proporcionales.- Magnitudes inversamente proporcionales.- Magnitud proporcional a varias.

11. **Regla de tres.-**

Regla de tres.- Clasificación de la regla de tres.- Regla de tres simple.- Regla de tres simple directa.- Regla de tres simple inversa.- Regla de tres compuesta.- Tanto por cuanto.- Tanto por mil.- Tanto por ciento.- Tanto por uno.- Interés.- Elementos de la regla de interés.- Interés simple.- Interés compuesto.

12. **Progresiones.-**

Sucesiones.- Progresión aritmética.- Media aritmética.- Interpolación de  $n$  medios aritméticos entre dos cantidades.- Progresión geométrica.- Interpolación de  $n$  medios geométricos entre dos cantidades.- Progresión armónica.

13. **Sumatorias.-**

Sumatorias simples.- Definición.- Símbolo de sumatoria.- Índices y límites de sumación.- Número de términos de la sumatoria.- Propiedades.- Sumatoria doble.- Propiedades y Aplicaciones.

14. **Generalidades.-**

Introducción.- Elementos básicos de geometría.- Línea.- Recta.- Plano.- Semiplano.- Segmento.- Operaciones con segmentos.- Rayos.

15. **Ángulos.-**  
Introducción.- Ángulos adyacentes.- Ángulos consecutivos.- Ángulos Opuestos por el vértice.- Ángulo recto.- Ángulo agudo.- Ángulo obtuso.- Ángulos complementarios.- Ángulos suplementarios.- Ángulos interiores.- Ángulos alternos.- Ángulos alternos internos.- Ángulos alternos externos.- Ángulos correspondientes.
16. **Triángulos.-**  
Línea quebrada.- Polígono.- Triángulos.- Triángulos rectángulos.- Triángulos acutángulos.- Triángulos obtusángulos.- Triángulo obtuso.- Triángulo escaleno.- Triángulo isósceles.- Triángulo equilátero.- Teorema de *Thales*.- Congruencia de triángulos.- Semejanza de triángulos.- Área de un triángulo.- Teorema de *Pitágoras*.- Recíproco del Teorema de *Pitágoras*.
17. **Puntos y rectas importantes del triángulo.-**  
Medianas.- Bisectrices.- Mediatrices.- Las alturas.
18. **Ángulos en la circunferencia.-**  
Ángulos inscritos.- Ángulos semi-inscritos.- geometría del círculo.- Homotecia y similitud.- Potencia.- Inversión.
19. **Cuadriláteros.-**  
Construcciones y lugares geométricos.- Construcciones básicas.- Cuadriláteros cíclicos.- Área de un cuadrilátero cíclico.- Otros cuadriláteros de interés.
20. **Geometría del triángulo.-**  
La recta de *Euler* y la circunferencia de los nueve puntos.- Teorema de *Ceva* y *Menelao*.- Medianas y alturas.- Incírculo.- Excírculo.
21. **Ángulos y longitud de arco.-**  
Trigonometría.- Objeto.- Generación de ángulos.- Medidas de ángulos y arcos.- Sistema de medida.- Relaciones transformaciones.- Tablas y su manejo.
22. **Funciones trigonométricas.-**  
Funciones trigonométricas de un ángulo agudo.- Triángulo rectángulo.- Funciones de ángulos complementarios.- Funciones trigonométricas de 30, 45 y 60 grados.- Manejo de la máquina de calcular.- Aplicaciones numéricas.
23. **Reducción y funciones de un ángulo positivo.-**  
Funciones trigonométricas de ángulos coterminales.- De ángulos que difieren de 90 grados.- De ángulos suplementarios.- De ángulos que difieren de 180 grados.- Fórmula general de reducción.
24. **Variaciones y gráficos de las funciones trigonométricas.-**  
Representaciones lineales de las funciones trigonométricas.- Variaciones de las funciones trigonométricas.- Gráficos de las funciones trigonométricas.- Funciones periódicas.
25. **Valores naturales y logaritmos de las funciones trigonométricas.-**  
Manejo de calculadora.- Resolución de triángulos rectángulos.- Casos clásicos.- Aplicaciones.- Solución logarítmica de triángulos rectángulos.- Problemas de aplicación.- Teorema de *Pitágoras*.- Teorema de la cuerda.
26. **Relaciones fundamentales e identidades.-**  
Relaciones fundamentales.- Simplificación de expresiones trigonométricas.- identidades trigonométricas.

27. **Funciones trigonométricas de ángulos compuestos.-**  
Funciones de la suma y de la diferencia de dos ángulos.- Funciones del doble y de la mitad de un ángulo en términos de un ángulo entero.- Funciones del múltiplo de un ángulo.- Transformación en producto de la suma o de la diferencia de dos funciones dadas.
28. **Teoremas relativos a los triángulos oblicuángulos.-**  
Teorema de la cuerda.- Teorema de *Pitágoras*.- Teorema del seno.- Fórmulas de *Mollwaide*.- Formulas de proyección.- Teorema de coseno.- Resolución no logarítmica y logarítmica de triángulos oblicuángulos.- Tangentes de los semiángulos de un triángulo.- Problemas de aplicación.
29. **Elementos secundarios del triángulo.-**  
Fórmulas para calcular alturas.- Medianas.- Bisectrices interiores y exteriores.- Cuadriláteros convexos.- Problemas de aplicación.
30. **Áreas, radios de círculos inscritos y circunscritos.-**  
Teorema fundamental de área.- Fórmula de *Herón*.- Fórmulas de los radios de los círculos inscritos y circunscritos a un triángulo.
31. **Funciones trigonométricas inversas.-**  
Funciones trigonométricas inversas o ciclométricas.- Variaciones y gráficas de las funciones inversas.- Valores principales.- Valores generales de las funciones trigonométricas inversas.
32. **Ecuaciones trigonométricas.-**  
Ecuación trigonométrica.- Una solución de una ecuación trigonométrica.- Procedimientos para resolver ecuaciones trigonométricas.- Aplicaciones.
33. **Números complejos.-**  
Unidad imaginaria y sus potencias.- Operador  $i$  y su interpretación gráfica.- Números complejos.- Operaciones con números complejos.- Potencias y raíces.- Interpretación gráfica.
34. **Forma polar o trigonométrica de un número complejo.-**  
Operaciones con números complejos en forma polar.- Multiplicación.- División.- Potencias y raíces en forma polar.- Aplicaciones.

## Bibliografía

- [1] Baldor, A. *Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría*, 1980
- [2] Choque P., Paulino. *Álgebra Preuniversitaria*, UMSA.
- [3] Goñi, Galarza J. *Álgebra*, 1993.
- [4] Lehmann, Ch. H. *Álgebra*, 1993
- [5] Allendoerfer, Carl B. *Fundamentos de Matemática Universitaria*, 1972
- [6] Santiváñez M., J. *Geometría plana y del espacio*, 1986
- [7] Frank Ayres, JR. *Trigonometría plana y esférica*, 1985.